

РОЗРОБКА КОРИСНИХ КОПАЛИН

УДК 622.691

DOI <https://doi.org/10.32838/2663-5941/2019.4-2/07>

Садовенко І.О.

Національний технічний університет «Дніпровська політехніка»

Інкін О.В.

Національний технічний університет «Дніпровська політехніка»

Дерев'ягіна Н.І.

Національний технічний університет «Дніпровська політехніка»

Хрипливець Ю.В.

Національний технічний університет «Дніпровська політехніка»

МОДЕЛЮВАННЯ ГАЗОГІДРОДИНАМІЧНИХ ПОКАЗНИКІВ РОБОТИ СХОВИЩ ГАЗУ У ВОДОНОСНИХ ШАРУВАТИХ ПЛАСТАХ

У статті оцінюються газогідродинамічні показники експлуатації підземних сховищ газу у водоносних горизонтах у південно-східній частині України. Більшість методик, пов'язаних із розрахунком параметрів роботи підземних сховищ газу, ґрунтується на припущенні однорідності і анізотропності пласта-колектора, однак реальній структурі гірських порід більше відповідає модель неоднорідного пласта, в якому всі компоненти тензора проникності довільні або мають певний вид симетрії. При цьому однією з найпоширеніших моделей анізотропії гірських порід є модель шаруватого пласта, що пояснюється геологічними умовами осадоутворення, які призводять до нашарування пластів із різними колекторськими властивостями. У практиці підземного зберігання газу розгляд такої моделі має особливе значення, адже внаслідок зміни положення газової зони просування границі газоводяного контакту по пропластках із різними фільтраційними характеристиками може значним чином відрізнятися. Тому в роботі розроблена та апробована математична модель сховища газу в водоносному шаруватому пласті із слабопроникним пропластком у разі плоскопаралельної і вісесиметричної фільтрації. Застосовано комплексний підхід, що включає збір, систематизацію та аналіз фактичних даних про фільтраційні та фізико-механічні властивості вміщуючих порід, що впливають на формування природно-техногенних родовищ, а також аналітичні та чисельні методи рішення рівнянь просування газоводяного контакту в різних умовах. Запропонована газогідродинамічна модель підземного сховища газу, створеного в неоднорідному водоносному горизонті, дає змогу розраховувати його циклічну роботу у тришаровому пласті з урахуванням перетоків через слабопроникну перемичку. Отриманий у роботі новий спосіб лінеаризації системи диференціальних рівнянь для визначення тисків у пласті-колекторі є узагальненням використовуваних раніше способів із введенням «граничних схем». Результати проведених розрахунків справляють істотний вплив характеристик шаруватого пористого середовища на просування газоводяного контакту по окремих шарах. Отримані результати можуть бути використані під час проведення оціночних розрахунків на стадії проектування сховищ газу у водоносних пластах.

Ключові слова: водоносний пласт, сховище газу, фільтрація, газоводяний контакт, неоднорідність.

Постановка проблеми. Актуальність створення нових підземних сховищ газу у водоносних горизонтах південно-східної частини України була детально обґрунтована нами раніше в роботах [1, с. 77–84; 2, с. 22–27; 3, с. 18–24], тому в цій статті зупинимося на оцінці газогідродинамічних показників їх експлуатації в цих умовах.

Необхідно зазначити, що виконання такої оцінки з урахуванням реальної структури водоносних пластів потрібно проводити вже на ранній стадії проектування газосховищ, коли виконується великий обсяг обчислювальних робіт, пов'язаних із техніко-економічним обґрунтуванням проекту. У зв'язку з цим розрахункові методики, які вико-

ристовуються для розрахунку газогідродинамічних показників сховищ газу, мають відповідати певним вимогам: враховувати основні особливості об'єкта; мати достатню простоту в реалізації та необхідну точність, бути апробованими й універсальними.

Нині більшість методик, пов'язаних із розрахунком параметрів роботи підземних сховищ газу, ґрунтується на припущенні однорідності і анізотропності пласта-колектора. Такий підхід значно спрощує рішення поставлених завдань і в багатьох випадках дає змогу доволі точно моделювати процес багатофазної фільтрації в пористому середовищі [4, с. 358–365; 5, с. 40–45; 6, с. 220–226]. Однак реальній структурі гірських порід більше відповідає модель неоднорідного пласта (середовища, в якому всі компоненти тензора проникності довільні або мають певний вид симетрії). При цьому однією з найпоширеніших моделей анізотропії гірських порід є модель шаруватого пласта, що пояснюється геологічними умовами осадоутворення, які призводять до нашарування пластів із різними колекторськими властивостями. У практиці підземного зберігання газу розгляд такої моделі має особливе значення, адже внаслідок зміни положення газової зони просування границі газоводяного контакту по пропластках із різними фільтраційними характеристиками може суттєво відрізнятись. Своєю чергою, неврахування цієї нерівномірності по потужності пласта приведе до значних втрат газу в результаті його витоків за межі сховища, а також нераціонального використання порового простору і зниження активного об'єму газу.

Постановка завдання. У зв'язку з цим метою цієї роботи є розробка та апробація математичної моделі сховища газу у водоносному шаруватому пласті із слабопроникним пропластком для випадку плоскопаралельної і вісесиметричної фільтрації.

Виклад основного матеріалу дослідження.

Плоскопаралельна фільтрація. Розглянемо тришаровий горизонтальний пласт, що складається із двох добре проникних шарів та одного щільного шару, який їх розділяє (рис. 1). Покрівля і підшва пласта непроникні, пласт обмежений, на контурі його живлення ($x = L$) заданий постійний у часі тиск P_k . Параметри добре проникних шарів k_1, n_1, m_1 та k_2, n_2, m_2 – відповідно, проникність, пористість і потужність, і параметри перемички k_0, n_0, m_0 також вважаються заданими.

У початковий момент часу ($t = 0$) через галерею, розташовану на лінії ($x = 0$), у пласт, який

повністю зайнятий водою, закачується ідеальний газ. Прийmemo, що проникність верхнього шару вища за проникність нижнього ($k_2 > k_1$), проникність перемички $k_0 \ll k_1$. Витіснення передбачається поршнеvim, тиск у всій газовій області для кожного моменту часу – постійним і таким, що дорівнює тиску на галереї $\bar{P}(t)$. Область фільтрації умовно розділимо на кілька зон. Зона $D_{i,1}$ ($0 \leq x \leq l_1$), зона $D_{i,2}$ ($l_1 \leq x \leq l_2$) та зона $D_{i,3}$ ($l_2 \leq x \leq L$), індекс i вказує номер пропластку ($i = 0, 1, 2$). Зони $D_{1,1}, D_{1,2}$ та $D_{2,2}, D_{2,3}$ відокремлені одна від одної рухомими межами розділу Γ_1 та Γ_2 , які в межах добре проникних шарів вважаються вертикальними. Рівняння границі розділу у слабопроникній перемичці запишемо у вигляді:

$$y_0 = m_1 + y(x, t), \tag{1}$$

Тиск у кожній із зон $D_{i,j}$ будемо позначати $P_{i,j}(x, y, t)$ ($i = 1, j = 2, 3; i = 2, j = 3$). Завдання полягає у знаходженні розподілу тиску $P_{i,j}(x, y, t)$, а також закону руху границь Γ_1, Γ_2 та Γ_0 . Рідина передбачається нестискуваною, а тиск у водяній області задовольняє рівнянню Лапласа.

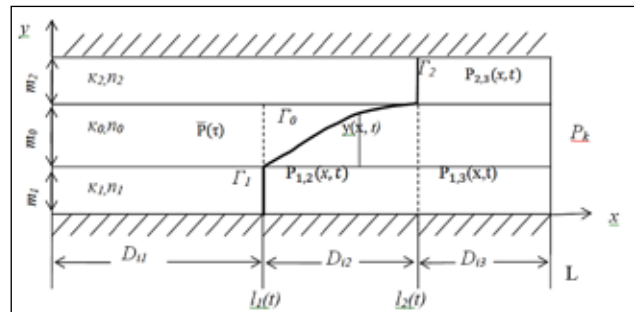


Рис. 1. Модель тришарового пласта

Використовуючи умову $k_0 \ll k_1$, горизонтальну складову частину швидкості фільтрації в перемичці можна не враховувати згідно зі схемою Мятієва-Грінського [7, с. 153–169; 8, с. 236–252]. Застосовуючи метод усереднення по потужності пласта і задовольняючи умовам нерозривності потоку на поверхнях контактів шарів із різними значеннями проникності, а також використовуючи умови непроникності покрівлі і підшви, отримаємо диференціальні рівняння для визначення усереднених тисків $P_{i,j}$ у відповідних зонах $D_{i,j}$:

$$\frac{\partial^2 P_{1,2}}{\partial \xi^2} - \bar{\lambda}^2 (P_{1,2} - \bar{P}(\tau)) = 0, \tag{2}$$

$$\frac{\partial P_{1,3}}{\partial \xi} - \lambda_i^2 (-1)^{i+1} (P_{1,3} - P_{2,3}) = 0, \tag{3}$$

$$\bar{\lambda}^2 = \frac{k_0 L^2}{m_1 (3k_1 y(\xi, \tau) + k_0 m_1)}, \tag{4}$$

$$\lambda_i^2 = \frac{3k_0 k_1 k_2 L^2}{m_i k_i (3m_0 k_1 k_2 + m_i k_0 k_2 + m_2 k_0 k_1)}, \tag{5}$$

$$\xi = \frac{x}{L}; r_i = \frac{l_i}{L}; P_{i,j} = \frac{P_{i,j}}{P_{am}}; \tau = \frac{t}{T}; h_i = \frac{m_i}{m_0}; \bar{P} = \frac{\bar{P}}{P_{am}};$$

де P_{am} – тмосферний тиск, T – характерний час процесу (період роботи газосховища).

Граничні умови мають такий вигляд:

$$\begin{aligned} P_{1,2} &= P_{1,3}; \frac{\partial P_{1,2}}{\partial \xi} = \frac{\partial P_{1,3}}{\partial \xi}, \\ P_{2,3} &= \bar{P}(\tau) \text{ при } \xi = r_2(\tau), \\ P_{1,2} &= \bar{P}(\tau) \text{ при } \xi = r_1(\tau); \\ P_{1,2} &= P_{1,3} = P_k \text{ при } \xi = 1. \end{aligned} \quad (6)$$

Крім того, на рухливих межах $r_1(\tau)$ та $r_2(\tau)$ маємо такі кінематичні співвідношення:

$$\frac{\partial r_i(\tau)}{\partial \tau} = -\frac{\alpha_i \partial P_{i,j}}{\partial \xi} \Big|_{\xi=r_i(\tau)}^{(i=1, j=2; i=2, j=3)}, \alpha_i = \frac{k_i T P_{am}}{\sigma \mu n_i L^2}, \quad (7)$$

де μ – в'язкість води, σ – газонасиченість на фронті витіснення.

Додатково для контролю рішення будемо використовувати рівняння матеріального балансу

$$\begin{aligned} P(\tau) \sigma (n_1 h_1 r_1 + (n_2 h_2 + n_1 h_1) r_2 - n_0) \int_{r_1} y(\xi, \tau) d\xi = \\ = \frac{T}{L P_{at} m_0} (V_0 + \int_0^\tau G(\tau) d\tau), \end{aligned} \quad (8)$$

де V_0 – початковий об'єм газу у пласті, $G(\tau)$ – витрата газу у пласті.

З огляду на невідомість положення межі в перемичці у (ξ, τ) завдання (2) – (8) не може бути вирішене в аналітичному вигляді. Для чисельного рішення поставленого завдання скористаємося підходом, заснованим на введенні «граничних» схем [9; 10]. Відповідно до першої «граничної» схеми передбачається, що в зоні D2 слабопроникна перемичка повністю заповнена рідиною, таким чином

$$y(\xi, \tau) \equiv m_0, \quad r_1 \leq \xi \leq r_2.$$

В іншому випадку (друга «гранична» схема) передбачається, що перемичка в зоні D_2 заповнена газом

$$y(\xi, \tau) \equiv 0, r_1 \leq \xi \leq r_2.$$

Дійсне рішення при цьому може бути оцінено знизу і зверху, що дає змогу визначити межі, в яких закладено точне рішення.

Такий підхід рівносильний лінеаризації задачі (2) – (8), причому в цьому разі система (2) – (3) з граничними умовами (6) має аналітичне рішення. Підставивши знайдене рішення для тиску в рівняння (7), отримаємо систему диференціальних рівнянь руху меж розділу в добре проникних шарах:

$$\begin{cases} \frac{\partial r_1}{\partial \tau} = \alpha_1 \frac{\lambda_N sh(\lambda(1-r_2))(\bar{P}(\tau) - P_k)}{sh(\lambda_1(r_2-r_1))F(r_1, r_2)} \\ \frac{\partial r_2}{\partial \tau} = \alpha_2 \frac{(\lambda_N cth(\lambda_N(r_2-r_1)) sh(\lambda(1-r_2)) + \lambda ch(\lambda(1-r_2)))}{F(r_1, r_2)} \end{cases}, \quad (9)$$

де

$$F(r_1, r_2) = \beta sh(\lambda(1-r_2)) + \lambda(1-\beta)(1-r_1) ch(\lambda(1-r_2)) + \lambda_N(1-r_2) cth(\lambda_N(r_2-r_1)) sh(\lambda(1-r_2)),$$

$$\lambda = \sqrt{\lambda_1^2 + \lambda_2^2}; \beta = \frac{k_1 m_1}{k_1 m_1 + k_2 m_2}; \lambda_N^2 = \frac{3k_0 L^2}{m_1(3k_1 y_N + k_0 m_1)}.$$

sh, ch, cth – відповідно, гіперболічний синус, косинус та котангенс.

Система (9) інтегрується чисельно з початковими умовами

$$r_1(0) = r_2(0) = 0, V(0) = 0, \quad (10)$$

Коефіцієнти λ_N обчислюються відповідно до прийнятих припущень для двох «граничних» схем:

$N = I$ – перша «гранична» схема

$$y(\xi, \tau) = y_I = m_0; \lambda_I = \frac{3k_0 L^2}{m_1(3k_1 m_0 + k_0 m_1)}, \quad (11)$$

$N = II$ – друга гранична схема

$$y(\xi, \tau) = y_{II} = 0; \lambda_{II} = \frac{3L^2}{m_1^2}$$

Рішення рівнянь (1) – (11) було проведено шляхом чисельного інтегрування у програмному середовищі Mathcad для таких геологічних умов: $m_1 = m_2 = 30 \text{ м}; m_0 = 10 \text{ м}; k_1 = 0,5 \cdot 10^{-12} \text{ М}^2; k_2 = 2 \cdot 10^{-12} \text{ М}^2; k_0 = 5 \cdot 10^{-18} \text{ М}^2; n_1 = n_2 = 0,2; \bar{\sigma} = 0,3; P_k = 5 \text{ МПа}; L = 10^4 \text{ м}; T = 3,15 \cdot 10^7 \text{ с}$. На основі виконаних розрахунків на рис. 2 подана залежність зміни в часі об'єму закачаного в пласт і призведеного до нормальних умов газу. Зміни тиску і положення фронтів витіснення для різних моментів часу дані для двох «граничних» схем $N = I (r_{1,I}, r_{2,I}, \bar{P}_I(\tau))$ та $N = II (r_{1,II}, r_{2,II}, \bar{P}_{II}(\tau))$. Як видно з наведених графіків, при заданому відношенні проникностей $k_2/k_1 = 4$ спостерігається значна відмінність між I та II «граничними» схемами. Причому, як показали розрахунки, така різниця якоюсь мірою також залежить від співвідношень величин m_0, m_1 та m_2 . Однак як оціночні розрахунки застосування «граничних» схем може бути цілком виправданим.

Слід також зазначити, що якщо перемичка в області D_2 зайнята водою (перша «гранична» схема), положення фронтів $r_1(\tau)$ і $r_2(\tau)$ різняться в 2–3 рази, це говорить про необхідність врахування шаруватості неоднорідності пласта і суттєвий вплив цього фактора на роботу сховища газу. Необхідно зазначити, що розрахована часова зміна об'єму газу, який надходить у пласт, характерна для циклічної роботи водоносного газосховища.

Вісесиметрична фільтрація. Розглянемо рішення задачі про рух газоводяного контакту в шаруватому пласті, який має радіальну симетрію. Введемо такі позначення: L – радіус контуру жив-

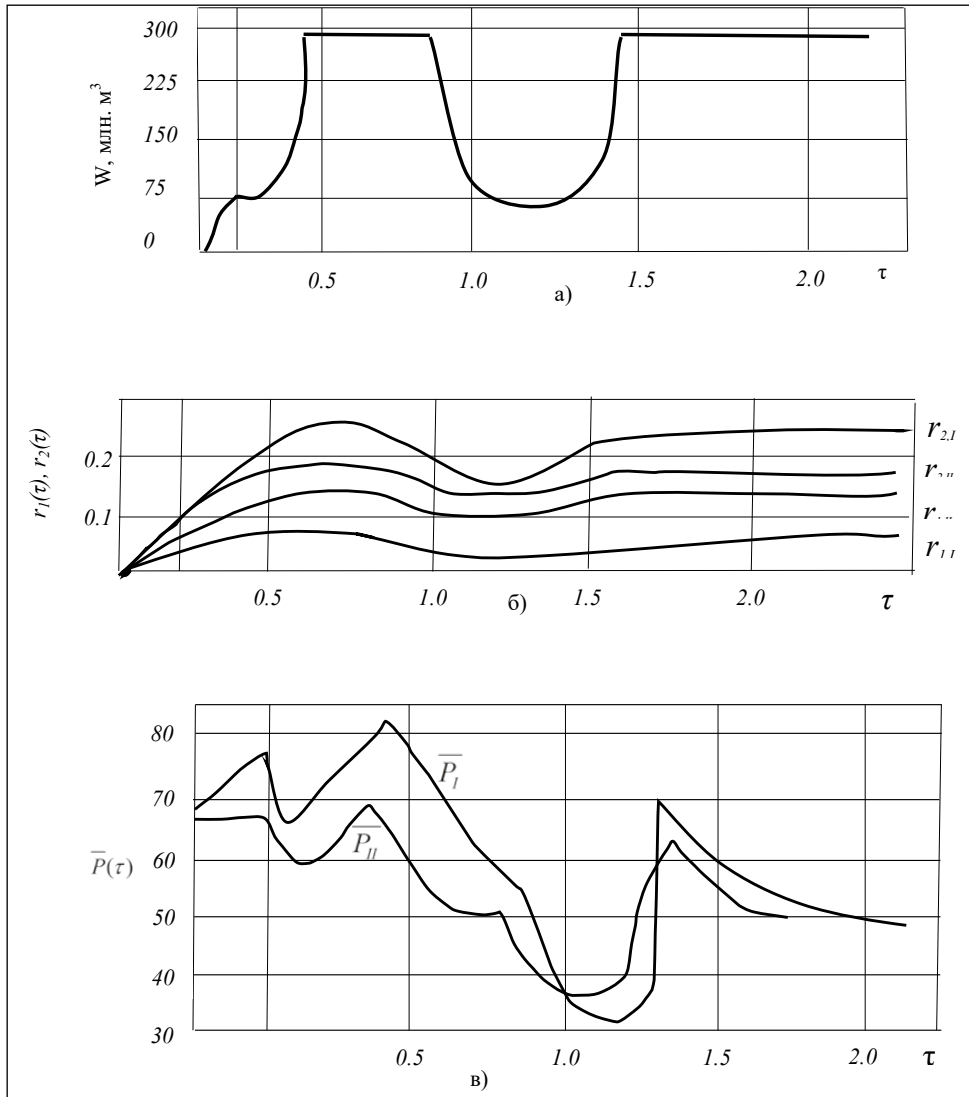


Рис. 2. Результати розрахунків за I та II граничної схеми для випадку лінійного пласта-колектора: а – в – відповідно, зміна у часі об'єму газу, положення фронту витіснення та тиску у пласт

лення пласта; $R_1(t)$ та $R_2(t)$ – радіус фронту газодляного контакту в першому і другому шарі.

Рівняння нерозривності має вигляд

$$\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left(R \frac{\partial P_{i,j}}{\partial R} \right) + \frac{\partial^2 P_{i,j}}{\partial Z^2} = 0, \quad (12)$$

Сенс індексів i та j той самий, що і для випадку плоскопаралельного руху. Використовуючи метод усереднення і припущення при вертикальному характері фільтрації у слабопроникній перемичці, рівняння (12) можна записати в такому вигляді:

$$\begin{cases} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial P_{1,2}}{\partial r} \right) - \lambda^2 (y(r, \tau)) (P_{1,2} - \bar{P}(\tau)) = 0, \\ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial P_{i,3}}{\partial r} \right) - (-1)^{i+1} \lambda_i^2 (P_{1,3} - P_{2,3}) = 0, \end{cases} \quad (13)$$

Система (13) записана в безрозмірних величинах

$$\begin{aligned} r &= \frac{R}{L}, \quad \tau = \frac{t}{T}, \quad P_{i,j} = \frac{P_{i,j}}{P_{aT}}, \\ h &= \frac{m_i}{m_0}, \quad r_i(\tau) = \frac{R_i(\tau)}{L}, \quad \bar{y}(r, \tau) \end{aligned}$$

Граничні і кінематичні умови на рухомій границі запишемо таким чином

$$\begin{cases} P_{1,3} = P_{2,3} = P_k, (r = 1); \\ P_{1,2} = \bar{P}(\tau), (r = r_1(\tau)); \\ P_{1,2} = P_{1,3}, \frac{\partial P_{1,2}}{\partial r} = \frac{\partial P_{1,3}}{\partial r}, P_{2,3} = \bar{P}(\tau), (r = r_2(\tau)); \end{cases} \quad (14)$$

$$n_i \sigma \frac{dr_i}{d\tau} = - \frac{k_i T}{\mu L^2} \frac{\partial P_{i,j}}{\partial r}, \quad (i = 2, j = 3; i = 1, j = 2), \quad (15)$$

Для замикання системи (12) – (15) запишемо рівняння матеріального балансу

$$\bar{P}\sigma\pi(n_1r_1^2(\tau)h_1 + r_2^2(\tau)(n_2h_2 + n_0h_0) - 2n_0\int_{r_1}^{r_2} ry(r, \tau) dr) =$$

$$= V_0 + \int_0^r q(\tau) d\tau, \quad (16)$$

$$\text{де } q(\tau) = \frac{Q(\tau)T}{m_0L^2P_{am}}, V_0 = \frac{W_0}{m_0L^2P_{am}};$$

$Q(\tau)$ витрата газу, який закачується у пласт та приведений до нормальних умов; W_0 – кількість газу, що перебуває у пласті в момент початку закачування чи відбору.

Лінеаризуючи систему (13) за допомогою введення в розгляд двох «граничних» схем і знайшовши вираз для коефіцієнтів λ_i та λ_i отримаємо рішення задачі щодо невідомих функцій $\bar{P}(\tau)$, $r_1(\tau)$ та $r_2(\tau)$, так само знайдемо розподіл тиску в області, зайнятій водою $P_{1,2}(r, \tau)$, $P_{1,3}(r, \tau)$ і $P_{2,3}(r, \tau)$.

Розглянемо інший підхід до вирішення зазначеного завдання, заснований на лінеаризації вихідної системи рівнянь не у всій області $D_{1,2}$, а в підобластях D_j , на які розбивається вихідна область (рис. 3).

При цьому зона $D_{1,2}$ ділиться на кінцеве число зон D_j , для кожної з яких може бути записано рівняння нерозривності

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial P_j}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 P_j}{\partial z^2} = 0, \quad (17)$$

Шляхом усереднення рівняння (17) по потужності отримаємо:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial P_j}{\partial r} \right) - \hat{\lambda}_j^2 (\bar{P}(\tau) - p_j) = 0, (j = 1, 2, \dots, n), \quad (18)$$

де P_j – тиск області D_j .

Межа $y(r; \tau)$ в області $D_{0,2}$ апроксимується кусково-постійною лінією, яка дає змогу на кожному з відрізків ($r_{j-1} \leq r \leq r_j$) визначити коефіцієнти $\hat{\lambda}_j^2$

$$\hat{\lambda}_j^2 = \frac{3k_0k_1L^2}{m_1(3m_0h_jk_1 + m_1k_0)}, \quad (19)$$

Граничні умови запишемо таким чином:

$$\begin{cases} P_1' = \bar{P}(\tau), \text{ при } r = r_0' = r_1(\tau); \\ P_j' = P_{j+1}', \frac{\partial P_j'}{\partial r} = \frac{\partial P_{j+1}'}{\partial r}, \text{ при } r = r_j'; \\ P_n' = P_{1,3}', \text{ при } r = r_n' = r_2(\tau); \end{cases} \quad (20)$$

З метою визначення невідомої функції $y(r; \tau)$ випишемо закон руху межі розділу Γ_0 в перемичці. Використовуючи те, що горизонтальна складова частина швидкості фільтрації дорівнює нулю, маємо:

$$\frac{dh_j}{dt} = - \frac{k_0}{n_0\mu\sigma} \frac{\delta P_j'}{\delta z} \Big|_{z=h_j}, (j = 1, 2, \dots, n), \quad (21)$$

Зазначимо, що система диференціальних рівнянь (21) має вирішуватися спільно з системою (15).

Запропонований спосіб лінеаризації системи (13) є узагальненням розглянутого раніше підходу, заснованого на введенні «граничних» схем, причому обидві «граничні» схеми можуть бути отримані як окремі випадки.

Загальне рішення рівняння (18) запишемо у вигляді

$$P_j(r, \tau) = \bar{P}(\tau) + \alpha_j K_0(\lambda_j r) + \beta_j I_0(\lambda_j r), (j = 1, 2, \dots, n), \quad (22)$$

Використовуючи умови (20), отримаємо рекурентні співвідношення для визначення коефіцієнтів α_j та β_j ($j = 1, 2, \dots, n$):

$$\alpha_0 = - \frac{\beta_0 I_0(\lambda_0 r_0)}{K_0(\lambda_0 r_0)};$$

$$\beta_j = \frac{(F_{j-1}' K_0(\lambda_j r_j) + \lambda_j F_{j-1}' K_1(\lambda_j r_j))}{\lambda_j (I_0(\lambda_j r_j) K_1(\lambda_j r_j) + I_1(\lambda_j r_j) K_0(\lambda_j r_j))}; \quad (23)$$

$$\text{де } F_{j-1}' = \alpha_{j-1} K_0(\lambda_{j-1} r_j) + \beta_{j-1} I_0(\lambda_{j-1} r_j);$$

$$F_{j-1}' = -\lambda_{j-1} (\alpha_{j-1} K_1(\lambda_{j-1} r_j) - \beta_{j-1} I_1(\lambda_{j-1} r_j)), \quad (24)$$

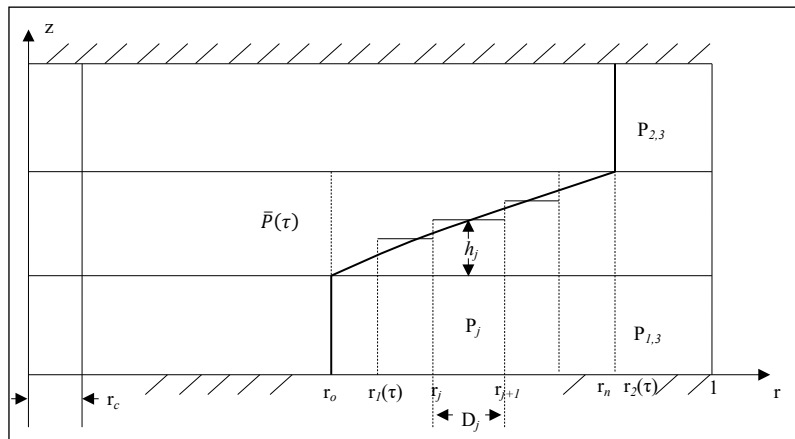


Рис. 3. Схема апроксимації невідомої межі у слабопроникній перемичці

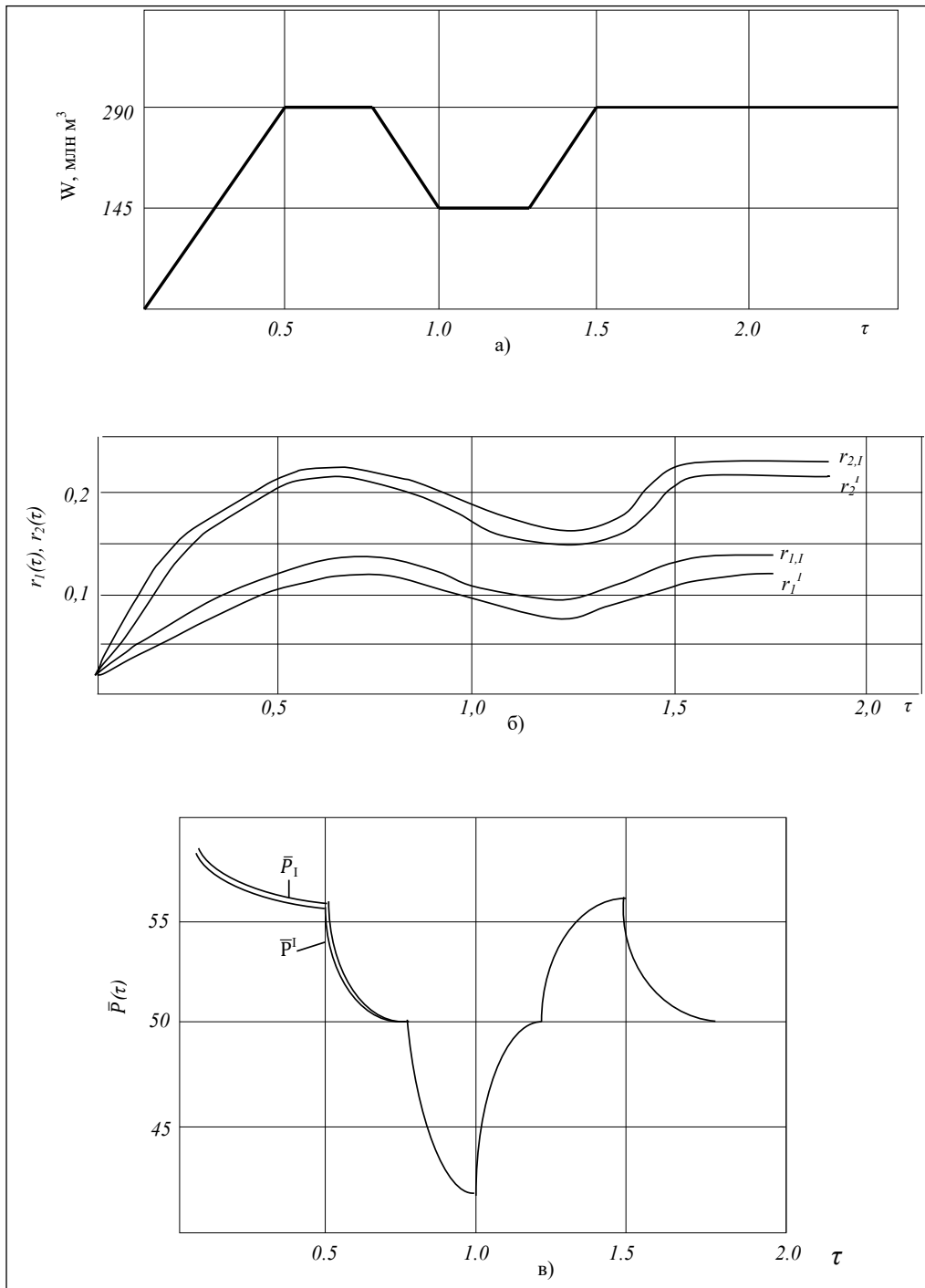


Рис. 4. Результати розрахунків за I-ю граничною схемою і схемою з апроксимацією невідомої межі

де I_0, K_0, I_1, K_1 – модифіковані функції Бесселя і Ганкеля нульового і першого порядку [8, с. 256–269].

Розподіл тиску в областях та $D_{i,3}$ має вигляд

$$P_j(r, \tau) = \bar{P}(\tau) + \frac{(1-c)\Phi(\lambda_n r_n)F_j(\lambda_j r)}{S(r_0, r_n)}(\bar{P}(\tau) - P_k), \quad (j=1, 2, \dots, n, r_{j-1} \leq r \leq r_j), \quad (25)$$

$$(i=1, 2, r_n \leq r \leq 1), \quad (26)$$

де

$$S(r_0, r_n) = F'_n(\lambda_n r_n)\Phi(\lambda_n r_n)r_n \ln r_n (1-c) + cF_n(\lambda_n r_n)\Phi(\lambda_n r_n) - \Phi'(\lambda_n r_n)F_n(\lambda_n r_n)r_n \ln r, \quad (27)$$

$$\Phi(\lambda r) = -\frac{I_0(\lambda)K_0(\lambda r)}{K_0(\lambda)} + I_0(\lambda r), \quad (28)$$

$$\Phi'(\lambda r) = \lambda \left(\frac{I_0(\lambda)}{K_0(\lambda)} K_1(\lambda r) + I_1(\lambda r) \right), \quad (29)$$

Система диференціальних рівнянь (15) з урахуванням виразів (27) – (29) набуде вигляду

$$\begin{cases} \frac{\partial r_0}{\partial \tau} = -\frac{\alpha_1(1-c)\Phi(\lambda_n r_n)F_0(\lambda_0 r_0)}{S(r_0, r_n)}(\bar{P}(\tau) - P_k), \\ \frac{dr_n}{dt} = -\frac{\alpha_2(1-c)}{S(r_0, r_n)}F_n(\lambda_n r_n)\Phi(\lambda_n r_n) - F_n(\lambda_n r_n)\Phi'(\lambda_n r_n) * (\bar{P}(\tau) - P_k), \end{cases} \quad (30)$$

Початкові умови в разі необмеженого пласта

$$r_0(0) = r_n(0) = r_c, \quad (31)$$

де r_c – радіус свердловини.

Система (30) інтегрується чисельно в програмному середовищі Mathcad методом Рунге-Кутта четвертого порядку. При визначенні h_j , виходячи зі співвідношення (21) та з урахуванням припущення щодо лінійного розподілу тиску по вертикалі в перемичці, можна використовувати таке співвідношення:

$$\frac{m_0 \mu n_0 \sigma}{K_0 TP_{am}} \cdot \frac{dh_j}{d\tau} = \frac{(P_j' - \bar{P}(\tau))}{h_j}, \quad (32)$$

проінтегрувавши яке в інтервалі часу ($\tau^* \leq \tau \leq \tau^* + \Delta\tau$), отримаємо вираз для значення h_j наприкінці кроку інтегрування

$$h_j \left(\tau^* + \Delta\tau = \sqrt{h_j(\tau^*) + \frac{K_0 TP_{am}}{\mu n_0 \sigma m_0^2} (P_j - \bar{P}(\tau^*))}, \quad (33)$$

Результати розрахунків руху меж розділу в шаруватому пласті з розташованою у центрі свердловиною для зазначених вище геологічних умов представлені на рис. 4. На цих графіках

подано зіставлення розрахунків за I-ою «граничною» схемою (криві $\bar{P}_1, r_{1,1}, r_{2,1}$), а також із використанням кусково-постійної апроксимації межі розділу в перемичці (криві $\bar{P}'_1, r'_{1,1}, r'_{2,1}$). Зіставлення результатів розрахунків для схеми з апроксимацією межі в перемичці та за II-ою «граничною» схемою ($y(r, \tau) \equiv 0$) дало найгірший збіг, що дає змогу вважати I «граничну» схему більш достовірною і рекомендувати її для використання під час проведення оціночних розрахунків.

Висновки. Запропонована газогідродинамічна модель підземного сховища газу, створеного в неоднорідному водоносному горизонті, дає змогу розраховувати його циклічну роботу у тришаровому пласті з урахуванням перетоків через слабопроникну перемичку. Отриманий у роботі новий спосіб лінеаризації системи диференціальних рівнянь для визначення тисків у пласті-колекторі є узагальненням використовуваних раніше способів, із введенням «граничних схем». Результати проведених розрахунків показують істотний вплив характеристик шаруватого пористого середовища на просування газоводяного контакту по окремих шарах. Отримані результати можуть бути використані під час проведення оціночних розрахунків на стадії проектування сховищ газу у водоносних пластах.

Список літератури:

1. Садовенко И.А., Рудаков Д.В., Инкин А.В. Газогидродинамическая оценка параметров хранения газа в водоносном горизонте. *Геотехническая механика* : межвед. сборник научных трудов. 2010. Вып. 91. С. 77–84.
2. Инкин А.В., Деревягина Н.И., Хрипливец Ю.В. Перспективы создания водоносного газохранилища в горно-геологических условиях Левенцовской площади. *Сбірник наукових праць НГУ*. 2014. № 44. С. 22–27.
3. Садовенко И.А., Инкин А.В., Якубовская З.Н. Оценка потерь газа при его хранении в водоносных пластах Западного Донбасса. *Науковий вісник НГУ*. 2012. № 6. С. 18–24.
4. Басниев К.С., Дмитриев Н.М., Каневская Р.Д., Максимов В.М. Подземная гидромеханика. Москва-Ижевск : Институт компьютерных исследований, 2005. 496 с.
5. Садовенко И.А., Рудаков Д.В., Инкин А.В. Моделирование теплопереноса в водоносном горизонте при аккумуляции и отборе тепловой энергии. *Науковий вісник НГУ*. 2012. № 1. С. 40–45.
6. Коллинз Р. Течения жидкостей через пористые материалы. Москва : Мир, 1964. 350 с.
7. Мироненко В.А., Мольский Е.В., Румынин В.Г. Горнопромышленная гидрогеология. Москва : Недра, 1989. 287 с.
8. Пыхачев Г.Б., Исаев Р.Г. Подземная гидравлика. Москва : Недра, 1972. 360 с.
9. Выгодский М.Я. Справочник по высшей математике. Москва : Астрель, 2006. 991 с.
10. Кирьянов Д. Самоучитель Mathcad. Санкт-петербург : БХВ-Петербург, 2003. 560 с.

Sadovenko I.O., Inkin O.V., Dereviahina N.I., Hriplivec Yu.V. MODELING OF GAS-DYNAMICAL INDICATION OF OPERATION OF GAS STORAGE IN WATER-BEARING STRATIFIED SEAMS

Gas-hydrodynamic indicators of operation of underground gas storages in aquifers in the southeastern part of Ukraine are estimated in this paper. Most of the methods related to a calculation of parameters of underground gas storage facilities are based on an assumption of homogeneity and anisotropy of a layer-collector, but the real structure of rocks is more corresponding with the model of inhomogeneous layer in which all components of a permeability tensor are arbitrary or have a certain form of symmetry. In this case, one of the most common models of anisotropy of rocks is a model of a stratified layer, which is explained by geological

conditions of sedimentation, which lead to stratification of layers with different collecting properties. In the practice of underground gas storage, consideration of such a model is of particular importance, since the movement of a boundary of gas-water contact through interlayers with different filtration characteristics as a result of changing the position of a gas zone may differ significantly. Therefore, the mathematical model of gas storage in a water-bearing stratified layer with a low permeability interlayer for a case of plane-parallel and axial-symmetric filtration were developed and implemented in the paper. In order to achieve this aim, a complex approach was applied, including collecting, systematizing and analyzing actual data on filtration and physical-mechanical properties of host rocks and mining and technical conditions of development of seams that affect the formation of natural and technogenic deposits, as well as analytical and numerical methods of solving the equations of gas-water contact under different conditions. The suggested gas-hydrodynamic model of an underground gas storage created in an inhomogeneous aquifer allows calculating its cyclic operation in a three-stratum layer, considering the cross-flows through a low permeability diaphragm. A new method of linearization of a system of differential equations for determining pressures in a layer-collector obtained in the paper is generalization of methods used previously, with the introduction of "boundary schemes". The results of performed calculations indicate a significant influence of characteristics of stratified porous medium on movement of gas-water contact through specific layers. The obtained results can be used in performing estimation calculations at the design stage of gas storages in aquifers.

Key words: *aquifer, gas storage, filtration, gas-water contact, inhomogeneous.*